UNIVERZITET U NOVOM SADU

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

DEPARTMAN ZA FIZIKU

SEMINARSKI RAD IZ FIZIKE

POLARIZACIJA U ELEKTRIČNOM POLJU

Mentor: dr Svetlana Lukić

Studenti: Ivana Leković 308/06
Marija Delić 286/06
Marina Petkovski 232/06

SADRŽAJ:

1.Elektricne osobine

Električne osobine opisuju ponašanje materijala u promenljivom električnom polju. Za karakterizaciju materijala najčešće se koriste njegova električna provodljivost, odnosno električna otpornost i dielektrična propustljivost.

1.2 Električna provodljivost materijala

Sposobnost provođenja struje u nekom materijalu u najvećoj meri zavisi od koncentracije kvazislobodnih naelektrisanja (elektrona i šupljina) u njemu, mada u izvesnoj meri ova provodnost moze biti uzrokovana defektima (vakancijama) u kristalnoj strukturi, koji dovode do jonske provodnosti.

Specifična električna provodljivost može se izraziti relecijom:

$$\sigma = en\mu$$

Pri čemu n predstavlja koncentraciju slobodnih naelektrisanja, a μ pokretljivost elektrona datu izrazom $\mu = \frac{en\tau}{m^*}$, gde je τ srednje vreme slobodnog puta elektrona, a m^* efektivna masa.

Recipročna vrednost provodljivosti je specifična električna otpornost ρ:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{en\mu}$$

Vrednost specifične električne otpornosti za različite materijale varira u širokim granicama, pa se može uzeti kao jedan od kriterijuma klasifikacije materijala. Za provodnike je ρ u interval od 10^{-8} Ωm do 10^{-6} Ωm, za poluprovodnike od 10^{-6} Ωm do 10^{10} Ωm, a za dielektrike od 10^{10} Ωm do 10^{18} Ωm.

1.3 Dielektrične osobine

Dielektrici su materijali koji nemaju slobodnih nosilaca naelektrisanja i loši su električni provodnici (tj. spadaju u grupu izolatora sa specifičnom otpornošću od 10^{6} Ωm do 10^{18} Ωm). Energetski procep je veći od 3.5 eV I natemperaturi apsolutne nule elektroni su isključivo u valentnoj zoni. Čak I na sobnoj temperature provodna zona je praktično bez elektrona.

Molekuli dielektrika mogu biti polarni i nepolarni. Kod polarnih se centri (težista) pozitivnog i negativnog naelektrisanja ne poklapaju. Veličina polarnosti molekula se meri dipolnim momentom p. Rezultujući dipolni moment dielektrika kao celine u odsustvu spoljašnjeg električnog polja je jednak nuli, zbog haotične orjentacije dipola. U električnom polju polarni molekuli (permanentni dipoli) teže da zauzmu pravac polja – delimično se orjentišu u pravcu polja. Potpuna orjentacija je nemoguća zbog njihovog termičkog kretanja. Nepolarni molekuli u odsustvu polja nemaju dipolni moment. U električnom polju nepolarni molekuli se polarizuju (težišta pozitivnog i negativnog naelektrisanja se razdvajaju) – oni postaju indukovani električni dipoli. Istovremeno, oni se potpuno orjentišu u pravcu polja. Bilo da se radi o polarnim ili nepolarnim molekulima dielektrika, u električnom polju on postaje polarisan, a takva pojava se naziva polarizacija dielektrika.

Na najveći broj relativnih dielektričnih osobina utiče struktura materijala, odnosno karakteristike osnovnih molekula i način njihovog uređivanja.

Sposobnost polarizacije je od osnovnog značaja za ponašanje dielektričnih materijala.

Kod materijala kod kojih su prisutni polarni molekuli, spoljasnje električno polje delimično uređuje postojeće permenentne dipole u toku vremenskog perioda reda veličine 10^{-9} s. Obzirom da toplotne osilacije smanjuju ovu uređenost, može se zaključiti da se tzv. Orjentacijska uređenost povećava sa porastom jačine spoljašnjeg električnog polja i snižavanjem temperature.

Kod materijala kod kojih su prisutni samo neutralni molekuli, uređenost ne može da direktno utiče na efekte polarizacije. Međutim, spoljašnje električno polje ovde razdvaja centre pozitivnih i negativnih naelektrisanja i na taj način indukuje dipole u dielektriku. Ovakva polarizacija se naziva i deformacionom, jer je elektronska polarizacija izazvana deformacijama elektronskih oblaka. Ona za razliku od orjentacijske, nema trajniji karakter, odnosno nakon uklanjanja električnog polja nestaje u kratkom periodu reda veličine 10^{-16} s.

Kod jonskih kristala prisutna je deformaciona polarizacija. Nju uzrokuje spoljasnje električno polje na takav način koji dovodi do delimične deformacije kristalne rešetke, a tako se gubi prethodna neutralnost. Formira se izvestan broj dipola u vremenu reda veličine 10^{-13} s.

Razlikujemo tri osnovna tipa polarizacije:

-elektronska

-jonska

-orjentacijska

Kovalentne veze i elektronska polarizacija dovode do izolatorskih svojstava sa relativnom dielektričnom konstantom $\mathcal{E} < 3$, a specifičnom otpornošću $\rho > 10^{14}$ Ωm.

Jonska veza i jonska polarizacija dovode do izolatorskih osobina sa relativnom dielektričnom konstantom $\mathcal{E} < 10$, a specifičnom otpornošću reda veličine $10^{10}\Omega\text{m} < \rho < 10^{14}\Omega\text{m}$.

Stalni dipoli i orjentacijska polarizacija dovode do relativno slabih izolatorskih svojstava sa relativnom dielektričnom konstantom $\mathcal{E} > 10$, a specifičnom otpornošću reda veličine $10^{6}\Omega\text{m} < \rho < 10^{10}\Omega\text{m}$.

Moguća je podela dielektrika prema agregatnom stanju u kom se nalaze: gasovite, tečne i čvrste. U poslednju grupu se priključuju i tečni kristali.

Opravdanija je podela prema osnovnim relativnim osobinama i mogućnosti primene, na pasivne i aktivne dielektrike.

Kod meterijala kod kojih dominira dipolna polarizabilnost u statičkom polju, polarizacija (P) linearno je proporcionalna električnom polju (E). Ovi meterijali se nazivaju paradielektrici i predstavljaju osnovne pasivne dielektrike. Kod drugih materijala efekti električnog polja mogu biti dosta složeniji i čine grupu aktivnih dielektrika. U njih spadaju feroelektrici, piezoelektrici, piroelektrici i elektreti.

Unošenjem dielektrika u statičko električno polje dolazi do pojave električne struje, koja se sastoji od dve komponente: provodne i pomerajne struje.

Provodni deo električne struje je posledica usmerenog kretanja slobodnih naelektrisanja kojih u dielektriku ima zanemarljivo malo, pa se i njihov uticaj u ukupnoj struji zanemaruje.

Pomerajna struja nastaje kao posledica polarizacije, tj. preraspodele vezanih naelektrisanja u dielektriku, pod dejstvom električnog polja.

Posebno značajna veličina je polarizabilnost atoma (α), definisana odnosom dipolnog momenta atoma ($\vec{P}$) i veličinom lokalnog električnog polja ($\vec{E}_l$):

$$\vec{P} = \alpha \vec{E}_l \quad (1)$$

Na veličinu lokalnog električnog polja utiču spoljašnje električno polje i polje koje je posledica uticaja dipolnih momenata svih atoma u okruženju neke odabrane tačke.

Za kubnu simetriju lokalno polje dato je relacijom:

$$\vec{E}_l = \vec{E}_0 + \frac{f_d \vec{P}}{\mathcal{E}_0} \quad (2)$$

Gde je $\vec{E}_0$ spoljašnje električno polje, $\mathcal{E}_0$ je dielektrična konstanta vakuuma, f_d faktor depolarizacije koji ima tenzorski karakter i zavisi od oblika uzorka. Na primer za sferu je $f_d = \frac{1}{3}$, a za dugačak kružni cilindar $f_d = \frac{1}{2}$.

Polarizacija ($\vec{P}$) definisana kao dipolni momenat po jedinici zapremine uzorka, obuhvata sve atome u jedinici zapremine (N_i) pa se polazeći od (1) odgovarajućim sumiranjem dobija

$$\vec{P} = \sum_i N_i \, \alpha_i \vec{E}_l(i) \quad (3)$$

Veličina $\vec{E}_l(i)$ odgovara lokalnom polju za atome i-te vrste.

Dielektrični pomeraj je veličina značajna za dielektrike, oznaka je $\vec{D}$. Definisan je preko polarizacije ($\vec{P}$) i makroskopskog polja ($\vec{E}$), sledećom relacijom:

$$\vec{D} = \mathcal{E}_0\vec{E} + \vec{P} \quad (4)$$

Gde je $\mathcal{E}_0$ dielektrična konstanta vakuuma.

Polarizacija $\vec{P}$ je proporcionalna makroskopskom polju $\vec{E}$:

$$\vec{P} = \mathcal{E}_0\chi\vec{E} \quad (5)$$

Gde je χ dielektrična susceptibilnost.

Sada vraćanjem relacije (5) u (4) dobijamo:

$$\vec{D} = \mathcal{E}_0\vec{E} + \vec{P} = \mathcal{E}_0\vec{E} + \mathcal{E}_0\chi\vec{E} = \mathcal{E}_0\vec{E}(1+\chi) = \mathcal{E}_0\mathcal{E}_r\vec{E} = \mathcal{E}\vec{E} \quad (6)$$

Gde je $\mathcal{E}_r$ relativna dielektrična propustljivost.

Pošto je $\vec{E}$ makroskopsko srednje polje, dielektrična propustljivost nije karakteristika samo vrste i jonskog stanja atoma materijala. Već kod kristala ona zavisi i od simetrije prostorne grupe i parametara elementarne ćelije.

Na osnovu izraza (2) i (3) dobija se da je u izotropnoj kubnoj sredini:

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_l - \frac{\vec{P}}{3\mathcal{E}_0} = \vec{E}_l - \frac{1}{3\mathcal{E}_0}\sum_i N_i \, \alpha_i \vec{E}_l(i) \quad (7)$$

Sada iz (3) i (7) sledi da za količnik $\frac{\vec{P}}{\vec{E}_0}$ dobijamo sledeći izraz:

$$\frac{\vec{P}}{\vec{E}_0} = \frac{\sum_i N_i \alpha_i \vec{E}_l(i)}{\vec{E}_l - \frac{1}{3\mathcal{E}_0}\sum_i N_i \alpha_i \vec{E}_l(i)} \quad (8)$$

Na osnovu (5) dobija se $\frac{\vec{P}}{\vec{E}} = \mathcal{E}_0\chi = \mathcal{E}_0(\mathcal{E}_r - 1) \quad (9)$

Iz (8) i (9) sada sledi da je $\frac{\sum_i N_i \alpha_i \vec{E}_l(i)}{\vec{E}_l - \frac{1}{3\mathcal{E}_0}\sum_i N_i \alpha_i \vec{E}_l(i)} = \mathcal{E}_0(\mathcal{E}_r - 1)$

Uz pretpostavku da su sva lokalna polja jednaka važi:

$\sum_i N_i\, \alpha_i = \mathcal{E}_0(\mathcal{E}_r - 1)\ (\ 1 - \frac{1}{3\mathcal{E}_0}\sum_i N_i\, \alpha_i\ ) = \frac{1}{3}(\mathcal{E}_r - 1)(\ 3\mathcal{E}_0 - \sum_i N_i\, \alpha_i\ )$

$\sum_i N_i\, \alpha_i(\mathcal{E}_r + 2) = 3\mathcal{E}_0(\mathcal{E}_r - 1)$

Pa se konačno dobija relacija

$\frac{\mathcal{E}_r - 1}{\mathcal{E}_r + 2} = \frac{1}{3\mathcal{E}_0}\sum_i N_i\, \alpha_i$, ovaj izraz poznat je kao relacija Klauzijus-Mosotijeva. Treba napomenuti da je ona izvedena uz aproksimaciju da se radi o nepolarnim i izotropnim materijalima, odnosno kod uređenih sistema o kubnom sistemu, ili nekoj drugoj visoko simetričnoj strukturi. Sama relacija je jako značajna zato što daje direktnu vezu između makroskopskih parametara preko dielektrične propustljivosti $\mathcal{E}_r$, i mikroskopskih veličina, polarizabilnosti α i broja atoma u jedinici zapremine N. Pošto uzrok ukupne polarizabilnosto može biti elektronska, jonska ili orijentacijska polarizacija i veličina α se može tretirati kao složena iz tri odgovarajuće komponente: α_e, α_j, α_o,

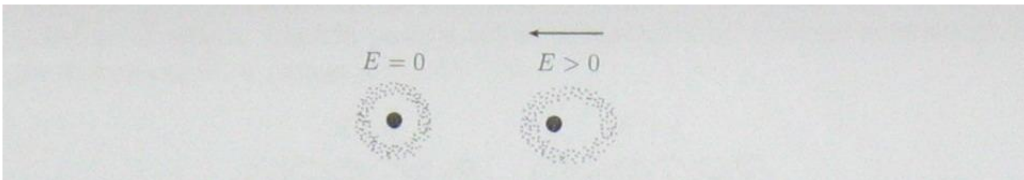
α= $\alpha_e + \alpha_j + \alpha_o$ (10)

2. Teorija polarizabilnosti

Ukupna polarizabilnost materijala α, u opštem slučaju, predstavlja sumu doprinosa elektronske (α_e), jonske (α_j) i orjentacione (α_o).

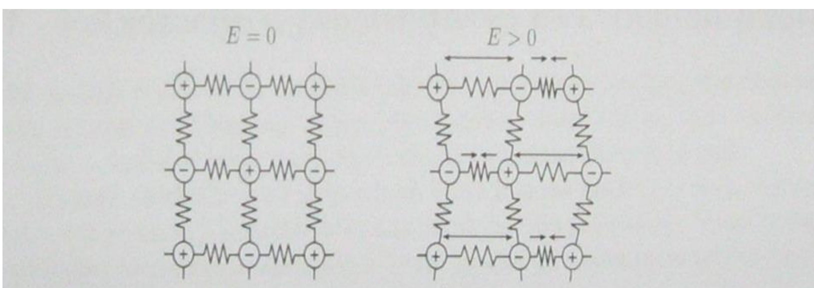
2.1 Elektronska polarizacija

Elektronska polarizacija predstavlja pomeranje elektronskog omotača pod dejstvom električnog polja, u odnosu na atomsko jezgro. Ovaj tip polarizacije je praćen deformacijom elektronske putanje zbog čega se još zove i deformaciona polarizacija. Elektronska polarizacija je prisutna u svim dielektričnim materijalima (nepolarnim i polarnim), bez obzira da li u njima postoje drugi vidovi polarizacije. Pod dejstvom električnog polja, kod polarnih dielektrika dolazi do male ali konačne deformacije elektronskog oblaka, dok kod nepolarnih dolazi do razdvajanja efektivnih centara pozitivnog I negativnog naelektrisanja odnosno, dolazi do obrazovanja dipola. Za elektronsku polarizaciju je karakteristično da nastupa za $\tau = 10^{-15}$s do 10^{-14}s nakon uspostavljanja polja.



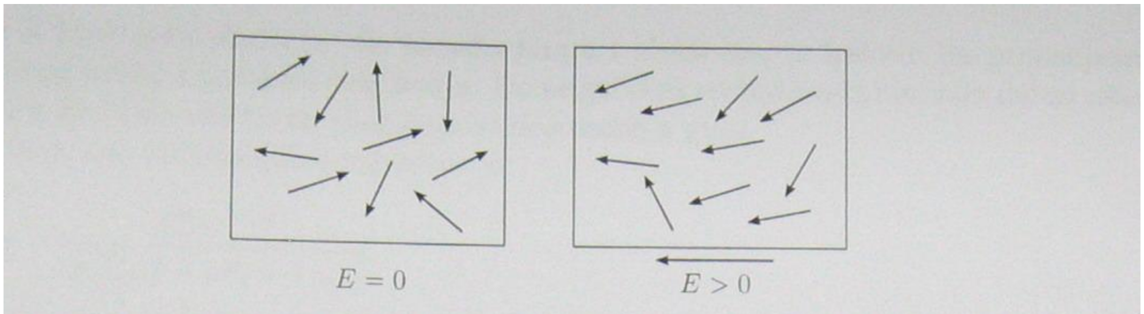
2.2 Jonska polarizacija

Jonska polarizacija je prisutna kod dielektrika u čijim se čvorovima kristalne rešetke nalaze joni, i nastaje kao posledica promene njihovog međusobnog položaja pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja. U odsustvu električnog polja joni se nalaze na međusobno jednakim rastojanjima, a dejstvom električnog polja dolazi do deformacije jonske rešetke, što dovodi do formiranja dipola. Jonska polarizacija je deformacija elastičnog tipa i nastaje u vremenu $\tau = 10^{-13}$s.



2.3 Orijentaciona polarizacija

Orijentaciona polarizacija se javlja kod polarnih dielektrika. Unošenjem dielektrika sa stalnim električnim dipolima u električno polje dolazi do delimičnog uređivanja dipolne orijentacije. Uređenost nije kompletna jer usled neprekidnog toplotnog kretanja dipoli ne mogu da se postave sasvim u pravcu električnog polja. Broj orijentisanih dipola se povećava sa povećanjem električnog polja i sa smanjenjem temperature. Za uspostavljanje ove polarizacije potrebno je duže vreme (oko $10^{-9}s$), pa je zato zovemo sporom ili relaksacionom polarizacijom. Orijentaciona polarizacija u dielektričnom materijalu praćena je velikim dielektričnim gubitcima zbog pretvaranja električne energije u toplotnu.



3. Polarizacija u promenljivom električnom polju

U slučaju kada se dielektrični materijali unesu u vremenski promenljivo električno polje, ukupna polarizacija P, odnosno ukupna polarizabilnost dielektrika α, kao i dielektrična konstanta $\mathcal{E}_r$, zavise od sposobnosti dipola da prate promenu električnog polja.

Polarizacija dielekrika se ne javlja odmah nakon primene električnog polja, već nakon određenog vremena koje je karakteristično za određenu vrstu polarizacije. Vreme potrebno da se dostigne ravnotežno stanje naziva se vreme relaksacije, a njegova recipročna vrednost frekvencija relaksacije.

Kada frekvencija primenjenog polja postane veća od frekvencije relaksacije specifičnog procesa polarizacije, dipoli ne mogu dovoljno brzo da se preorijentišu i proces polarizacije prestaje. Kako se frekvencija relaksacije razlikuje za svaki tip polarizacije možemo dobiti zavisnost dielektrične konstante od frekvencije primenjenog polja.

3.1 Uticaj frekvencije pri dominirajućoj orijentacijskoj polarizaciji

Kod polarnih dielektrika dominantna polarizabilnost je orijentacijskog karaktera i javlja se pri niskim frekvencijama, reda veličine 10^9 Hz.

Za razliku od rezonantnih pojava na karakterističnim učestanostima za jonsku i elektronsku polarizaciju, kod orijentacione polarizacije $\omega_o \sim \tau_o^{-1}$ realni deo orijentacione polarizacije ispoljava tzv. relaksaciono ponašanje. Imaginarni deo karakteriše gubitke.

Kako se polarni molekuli sastoje od molekula koji imaju asimetričnu raspodelu pozitivnog i negativnog naelektrisanja, pored toga što obrazuju dipole, mogu i menjati veličinu dipolnog momenta pod dejstvom spoljašnjeg polja, kako usled promene rastojanja jona u dipolima tako I usled deformacije elektronske ljuske jona koji obrazuju molekularni dipol.

Dipolna, odnosno orijentaciona polarizacija se javlja uglavnom kod gasnih, tečnih i nekih amorfnih viskoznih čvrstih dielektričnih materijala. U većini čvrstih dielektričnih materijala, ispod njihove tačke topljenja dipoli se ne bi mogli orijentisati pod dejstvom električnog polja, pa se zato u tim materijalima ovaj vid polarizacije i ne javlja.

U sporo promenljivim spoljašnjim električnim poljima, dielektrični pomeraj na osnovu relacije (4) , je linearno proporcionalan jačini spoljašnjeg polja.

U spoljašnjem polju više frekvencije, može se očekivati složenija zavisnost ove veličine, odnosno da direktno zavisi i od brzine promene električnog polja i povratno od brzine sopstvene promene. U linearnoj aproksimaciji, može se očekivati zavisnost oblika

$$\vec{D} = \mathcal{E}_s \vec{E} + c_1 \frac{d\vec{E}}{dt} + c_2 \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (11)$$

Pošto su u statičkom polju izvodi članova uz c_1 i c_2 jednaki nuli, veličina $\mathcal{E}_s$ odgovara dielektričnoj propustljivosti u vremenski stalnim električnim poljima.

Prilikom početka dejstva vremenski stalnog električnog polja, ukoliko su prisutni polarni molekuli, odnosno permanentni dipoli, formirani električni pomeraj D_0 će se izvesno vreme menjati. Na to će uticati proces postepenog usmeravanja dipola u pravcu dejstva polja. Pošto je sada samo izvod iza konstante c_1 jednak nuli, relacija (11) se svodi na $\vec{D} = \mathcal{E}_s \vec{E} + c_2 \frac{d\vec{D}}{dt}$ (12).

Poslednja relacija može se zapisati u formi diferencijalne jednačine

$$\frac{d(D-\mathcal{E}_s E)}{(D-\mathcal{E}_s E)} = \frac{dt}{c_2}$$

Rešenje ove jednačine je $\ln(D - \mathcal{E}_s E) = \frac{t}{c_2} + C$.

Pošto je za t=0, D=D_0, dobija se da je C= $\ln(D_0 - \mathcal{E}_s E)$, odnosno da je

$$\ln(D - \mathcal{E}_s E) = \frac{t}{c_2} + \ln(D_0 - \mathcal{E}_s E)$$

To znači da je:

$$D = \mathcal{E}_s E + (D_0 - \mathcal{E}_s E) e^{\frac{t}{c_2}} \quad (13)$$

Sada iz relacije (13) vidimo da c_2 ima dimenzije vremena i da predstavlja konstantu u funkciji dielektričnog pomeraja koji posle dovoljno dugog vremena treba da se ustali na vrednosti $\mathcal{E}_s E$. Ovo je i očekivano jer ta vrednost odgovara vremenski nepromenljivom električnom polju. Da bi funkcija (13) imala ovakav fizički smisao, može se zaključiti da vremenska konstanta τ_d mora biti manja od nule, odnosno da je $\tau_d = -c_2$. Tako je konačno

$$D = \mathcal{E}_s E + (D_0 - \mathcal{E}_s E)e^{\frac{-t}{\tau_d}} \quad (13*)$$

Ukoliko bismo pošli od pretpostavke da se uspostavljeni električni pomeraj D_1 , održava u vremenski promenljivom spoljašnjem električnom polju, izvod iza konstante c_2 bi bio jednak nuli, pa se relacija (11) svodi na sledeći oblik

$$D_1 = \mathcal{E}_s E + c_1 \frac{dE}{dt} \quad (14)$$

Poslednja relacija može se zapisati u formi diferencijalne jednačine

$$D_1 - \mathcal{E}_s E = -\frac{c_1}{\mathcal{E}_s}\frac{d(D_1 - \mathcal{E}_s E)}{dt}$$

A njeno rešenje je $D_1 - \mathcal{E}_s E = Ce^{-\mathcal{E}_s \frac{t}{c_1}}$.

Pošto je za t=0, E=E_0 dobija se da je C= $D_1 - \mathcal{E}_s E_0$.

Odnosno da je $D_1 - \mathcal{E}_s E = (D_1 - \mathcal{E}_s E_0)e^{-\mathcal{E}_s \frac{t}{c_1}}$. Odakle je konačno:

$$\mathcal{E}_s E = D_1 + (\mathcal{E}_s E_0 - D_1)e^{-\mathcal{E}_s \frac{t}{c_1}} \quad (15)$$

Iz relacije (15) vidi se da veličina $\frac{c_1}{\mathcal{E}_s}$ ima dimenzije vremena I da predstavlja konstantu opadajuće funkcije koja posle dovoljno dugog vremena ustali vrednost dielektričnog pomeraja na vrednosti $\mathcal{E}_s E$. Ako označimo vremensku konstantu $\frac{c_1}{\mathcal{E}_s}$ sa τ_e, izraz (11) dobija oblik:

$$D = \mathcal{E}_s E + \mathcal{E}_s \tau_e \frac{dE}{dt} - \tau_d \frac{dD}{dt} \quad => \quad D + \tau_d \frac{dD}{dt} = \mathcal{E}_s E + \mathcal{E}_s \tau_e \frac{dE}{dt} \quad (16)$$

Prethodna jednačina se može napisati i u formi $Ddt + \tau_d dD = \mathcal{E}_s E dt + \mathcal{E}_s \tau_e dE \quad (17)$

Integracijom poslednje jednačine, kada $\Delta t \to 0$, a kojem odgovaraju promene ΔD, odnosno ΔE, dobija se

$$\tau_d \Delta \mathrm{D} = \mathcal{E}_s \tau_e \Delta \mathrm{E}$$

Prema relacijama (4) i (6), odnos promena dielektričnog pomeraja i električnog polja odgovara vrednosti dielektrične propustljivosti, pa je

$$\mathcal{E}_v = \frac{\Delta \mathrm{D}}{\Delta \mathrm{E}} = \frac{\mathcal{E}_s \tau_e}{\tau_d} \quad (18)$$

Propustljivost $\mathcal{E}_v$ odgovara vrednosti ove veličine ta izrazito velike vrednosti frekvencija spoljašnjeg polja, odnosno kada se frekvencije mogu smatrati beskonačno visokim. Na osnovu relacije (18), može se u jednačini (16) eliminisati proizvod $\mathcal{E}_s \tau_e$, te ona dobija oblik

$$D+\tau_d \frac{dD}{dt} = \mathcal{E}_s E + \mathcal{E}_v \tau_d \frac{dE}{dt} \quad (19)$$

Ako je spoljašnje polje periodična funkcija vremena sa sinusnom i kosinusnom komponentom, ono se može zapisati kao kompleksna funkcija oblika

$$E = E_0 e^{i\omega t} \quad (20)$$

Gde je ω kružna frekvencija, a i imaginarna jedinica. Diferencirnjem po vremenu izraza (20) relacija (19) dobija oblik

$$D+\tau_d \frac{dD}{dt} = (\mathcal{E}_s + i\omega\tau_d \mathcal{E}_v) E_0 e^{i\omega t} \quad (21)$$

Partikularno rešenje ove linearne diferencijalne jednačine ima oblik

$$D = D_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)} \qquad (22)$$

Diferenciranjem po t poslednjeg izraza i zamenom u jednačinu (21) dobija se

$$D(1 + i\omega\tau_d) = (\mathcal{E}_s + i\omega\tau_d \mathcal{E}_v) E_0 e^{i\omega t}$$

Odakle je $D = \frac{\mathcal{E}_s + i\omega\tau_d\mathcal{E}_v}{1+i\omega\tau_d} E \quad (23)$

Kompleksna vrednost dielektrične propustljivosti $\mathcal{E}_c$ se na osnovu prethodnog izraza i relacija (4) i (6) može definisati kao

$$\mathcal{E}_c^0 = \frac{\mathcal{E}_s + i\omega\tau_d \mathcal{E}_v}{1 + i\omega\tau_d} \quad (24)$$

Odnosno, ako se izvrši racionalizacija izraza

$$\mathcal{E}_c^0 = \frac{\mathcal{E}_s + i\omega\tau_d \mathcal{E}_v}{1 + i\omega\tau_d} \frac{1 - i\omega\tau_d}{1 - i\omega\tau_d} = \frac{\mathcal{E}_s + i\omega\tau_d \mathcal{E}_v - i\omega\tau_d \mathcal{E}_s - i^2\omega^2\tau_d^2 \mathcal{E}_v}{1 - i^2\omega^2\tau_d^2}$$

$$\mathcal{E}_c^0 = \frac{\mathcal{E}_s + i\omega\tau_d(\mathcal{E}_v - \mathcal{E}_s) + \omega^2\tau_d^2 \mathcal{E}_v}{1 + \omega^2\tau_d^2} \quad (25)$$

Iz ovog izraza mogu se eksplicitno sagledati realni $\mathcal{E}_r$ i imaginarni $\mathcal{E}_i$ delovi kompleksne dielektrične konstante.

$$\mathcal{E}_r^0 = \frac{\mathcal{E}_s + \omega^2\tau_d^2 \mathcal{E}_v}{1 + \omega^2\tau_d^2} \quad (26)$$

$$\mathcal{E}_i^0 = \frac{\omega\tau_d(\mathcal{E}_s - \mathcal{E}_v)}{1 + \omega^2\tau_d^2} \quad (27)$$

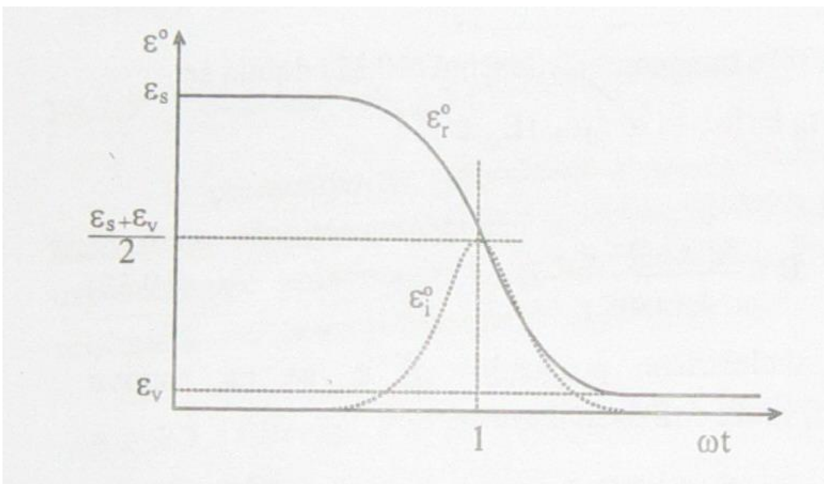
Pri čemu je $\mathcal{E}_c^0 = \mathcal{E}_r^0 - i\mathcal{E}_i^0$ (28)

Realni deo dat izrazom (26) se može transformisati u oblik

$$\mathcal{E}_r^0 = \mathcal{E}_v + \frac{\mathcal{E}_s - \mathcal{E}_v}{1 + \omega^2 \tau_d^2} \quad (29)$$

Gde je $\mathcal{E}_s$ statička dielektrična propustljivost ili statička dielektrična konstanta.

Na slici prikazana je zavisnost realnog i imaginarnog dela kompleksne dielektrične konstante orijentacijskog tipa od proizvoda frekvencije spoljašnjeg polja i vremena relaksacije (ωτ_d)



Može se zapaziti da se za niske vrednosti frekvencije osilovanja spoljašnjeg električnog polja, dielektrična propustljivost može se aproksimirati sa realnim delom, odnosno sa vrednosti dielektrične propustljivosti u vremenski nepromenljivom spoljašnjem polju ($\mathcal{E}_s$).

U tački gde je proizvod između frekvencije spoljašnjeg polja I vremena relaksacije jednak je jedinici (ω$\tau_d = 1$), I realni I imaginarni deo imaju vrednost $\frac{\mathcal{E}_s+\mathcal{E}_v}{2}$, odnosno kako se vidi sa slike $\mathcal{E}_r$ i $\mathcal{E}_i$ imaju zajedničku tačku preseka. To je ujedno i tačka maksimalne vrednosti imaginarnog dela i očito je da se ostvaruje za vrednost kada je frekvencija jednaka recipročnoj vrednosti vremena relaksacije (ω= $\frac{1}{\tau_d}$)

Za dovoljno visoke frekvencije, dominira realni deo i dielektričn propustljivost aproksimativno odgovara vrednosti $\mathcal{E}_v$. Treba zapaziti da je za polarne dielektrike $\mathcal{E}_v \ll \mathcal{E}_s$.

3.2 Uticaj frekvencije pri dominirajućoj elektronskoj polarizaciji

U materijalima gde nema polarnih molekula, može se očekivati da će dominirati elektronska polarizacija.

Na osnovu klasične teorije elektronske polarizacije može se smatrati da elektron u prosto-periodičnom električnom polju vrši prigušeno oscilatorno kretanje.

Rezultujuća sila koja deluje za elektron sadrži restitucionu sulu $F_r = -Kx$, silu prigušenja $F_p = -\gamma m v$ i periodičnu silu $F_e = eE$, obzirom da je spoljašnje polje prosto-periodično.

Veličina označena sa K je konstanta elastičnosti, x je odstupanje geometrijskog centra negativnog naelektrisanja od tačke zajedničkog centra pozitivnog i negativnog naelektrisanja pre pojave indukovane polarizacije, γ je factor prigušenja, $v = \frac{dx}{dt}$ linearna brzina, a spoljašnje periodično polje je funkcija oblika $E = E_0 e^{i\omega t}$.

U tom slučaju bi diferencijalna jednačina kretanja imala oblik

$$-Kx - \gamma m \frac{dx}{dt} + eE = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Odnosno $m\frac{d^2x}{dt^2} + Kx + \gamma m \frac{dx}{dt} = eE_0 e^{i\omega t} \quad (30)$

Prethodna jednačina je oblik diferencijalne jednačine za prigušeno harmonijsko kretanje čije je rešenje

$$x = \frac{eE_0 e^{i\omega t}}{m[(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega]} \quad (31)$$

Gde je ω_0 sopstvena frekvencija atoma dielektrika ($\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$).

Elektronska polarizacija P data je relacijom

$$P = nex \qquad (32)$$

gde je n broj dipolnih momenata u jedinici zapremine.

Korišćenjem izraza (32) i (31) u jednačini (4) za dielektrični pomeraj dobija se:

$$D = \left[\mathcal{E}_0 + \frac{ne^2}{m\left((\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega\right)}\right]E \quad (33)$$

Sada se na osnovu ove jednačine i izraza (4) i (6) dobija se:

$$\mathcal{E}_c^e = \frac{D}{\mathcal{E}_0 E} = 1 + \frac{ne^2}{m\mathcal{E}_0\left((\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega\right)} \quad (34)$$

Odnosno posle racionalizacije

$$\mathcal{E}_c^e = 1 + \frac{ne^2}{m\mathcal{E}_0}\frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (35)$$

Iz izraza (35) mogu se eksplicitno sagledati realni $\mathcal{E}_r$ i imaginarni $\mathcal{E}_i$ delovi kompleksne dielektrične konstante.

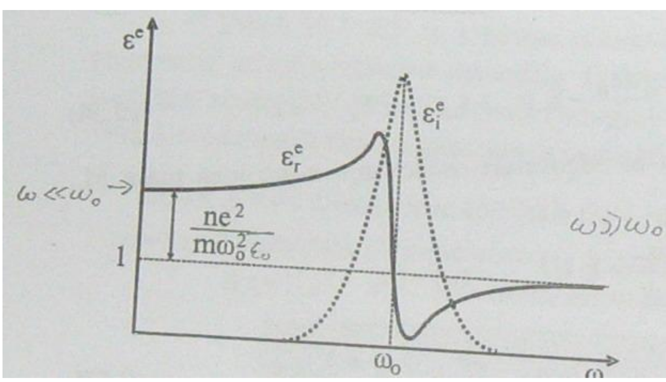
Realni deo elektronske polarizacije kompleksne dielektrične konstante iznosi

$$\mathcal{E}_r^e = 1 + \frac{ne^2}{m\mathcal{E}_0}\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (36)$$

Imaginarni deo kompleksne dielektrične konstante iznosi

$$\mathcal{E}_i^e = 1 + \frac{ne^2}{m\mathcal{E}_0}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (37)$$

Na sledećoj slici prikazana je zavisnost realnog i imaginarnog dela kompleksne dielektrične konstante od frekvencije spoljašnjeg polja pri elektronskoj polarizaciji.



Realni deo dielektrične konstante raste sa porastom frekvencije spoljašnjeg polja ω, do vrednosti frekvencije nešto manje od sopstvene frekvencije ω_0, a zatim opada i ima minimum za vrednosti frekvencija nešto većih od ω_0. Za visoke frekvencije spoljašnjeg polja, realni deo dielektrične konstante teži jedinici. Ovo se objašnjava time što se pri kritičnoj i višim učestalostima polarizacija ne može uspostaviti u toku jedne poluperiode električnog polja. Pri visokim učestalostima polja, elektroni ne mogu da prate promene polja i realni deo električne konstante počinje da opada.

Imaginarni deo dielektrične konstante za male i velike vrednosti frekvencije spoljašnjeg polja teži nuli. Maksimum imaginarni deo dostiže za vrednosti frekvencije spoljašnjeg polja koje odgovaraju vrednosti sopstvene frekvencije ω_0.

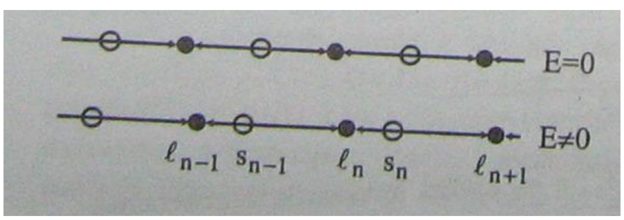
Rastojanje između ekstrema realnog dela dielektrične propustljivosti odgovara konstanti γ i predstavlja meru prigušenja u dielektriku. Realni deo je u fazi sa spoljašnjim poljem, a imaginarni deo je defazovan za $\frac{\pi}{2}$. Tako realni deo karakteriše elastična, a imaginarni neelastična svojstva dielektrika.

3.3 Uticaj frekvencije pri dominirajućoj jonskoj polarizaciji

Pri analizi jonske polarizacije posmatramo dva jona različitog naelektrisanja i njihove jednačine kretanja, tj. pomeranje iz ravnotežnog položaja usled dejstva prosto-periodičnog električnog polja.

Kod jonskih uređenih struktura, polarizaciji bitno doprinose pomeranja jona pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja.

Sledeća slika predstavlja efekat spoljašnjeg električnog polja na linearan dvoatomski niz jona mase M_l i M_s u jonskom kristalu.



Treba istaći da je sopstvena frekvencija osilovanja oko ravnotežnog položaja jona značajno manja od sopstvene frekvencije osilovanja elektrona. Ovo je razumljivo iz razloga što je masa elektrona mnogo manja od mase svakog jona.

Jednačina kretanja analogna diferencijalnoj jednačini (30) koja bi odgovarala osilovanju n-tog jona mase M_l jonskog kristala u spoljašnjem električnom polju $= E_0 e^{i\omega t}$, imala bi oblik:

$$M_l \frac{d^2 l_n}{dt^2} = -M_l \gamma \frac{dl_n}{dt} + K[(s_n - l_n) - (l_n - s_{n-1})] + eE$$

Odnosno

$$M_l \frac{d^2 l_n}{dt^2} + M_l \gamma \frac{dl_n}{dt} - K(s_n + s_{n-1} - 2l_n) = eE \qquad (38)$$

Jednačina kretanja koja bi odgovarala oscilovanju n-tog jona mase M_s , imala bi oblik:

$$M_s \frac{d^2 s_n}{dt^2} = -M_s\gamma \frac{ds_n}{dt} + K[(l_{n+1} - s_n) - (s_n - l_n)] - eE$$

$$M_s \frac{d^2 s_n}{dt^2} + M_s\gamma \frac{ds_n}{dt} - K(l_n + l_{n+1} - 2s_n) = -eE \quad (39)$$

Gde su l_n i s_n pomeraji jona mase M_l i M_s u odnosu na ravnotežni položaj.

Rešenja jednačina (38) i (39) odgovaraju obliku progresivnih ravnih talasa

$$l_n = l_0 e^{i(knx+\omega t)} \quad (40)$$

$$s_n = s_0 e^{i(knx+\omega t)} \quad (41)$$

Gde su l_0 i s_0 amplitude talasa, a k talasni vektor.

Za male vrednosti talasnog vektora (k→0) u relacijama (40) i (41) u eksponentima ostaje samo član ($i\omega t$). Korišćenjem ovako aproksimiranog izraza I posle skraćivanja zajedničkog eksponencijalnog člana, jednačine (38) i (39) imaju oblik

$$-M_l l_0 \omega^2 = -i\omega\gamma M_l l_0 - 2K(l_0 - s_0) + eE_0 \quad (42)$$

$$-M_s s_0 \omega^2 = -i\omega\gamma M_s s_0 + 2K(l_0 - s_0) - eE_0 \quad (43)$$

Iz poslednja dva izraza dobijamo

$$l_0 - s_0 = \frac{eE_0}{M[(\omega_T^2 - \omega^2) + i\omega\gamma]} \quad (44)$$

Gde je M redukovana masa M_l i M_s, a ω_T kružna frekvencija transferzalnog akustičnog fonona

$\frac{1}{M} = \frac{1}{M_l} + \frac{1}{M_s}, \omega_T = \sqrt{\frac{2K}{M}}$

Zamenom (44) u relaciju (32) dobija se za polarizaciju

$$P_j = Ne(l-s) = Ne(l_0 - s_0)e^{i\omega t} = \frac{Ne^2 E_0}{M} \frac{e^{i\omega t}}{(\omega_T^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (45)$$

Odnosno

$$P_j = \frac{Ne^2}{M}\frac{E}{(\omega_T^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (46)$$

Gde je N broj jonskih parova u jedinici zapremine.

Korišćenjem (46) u reliciji (6), kompleksna relativna dielektrična konstanta za jonske kristale ima oblik

$$\mathcal{E}_c^j = 1 + \frac{Ne^2}{M\mathcal{E}_0}\frac{1}{(\omega_T^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (47)$$

Uvođenjem oznake $\mathcal{E}_s$ za dielektrične konstante za veoma niske i $\mathcal{E}_f$ za vrlo visoke vrednosti frekvencija, kompleksna dielektrična konstanta za jonske kristale se može pisati u formi

$$\mathcal{E}_c^j = \mathcal{E}_c^j(\omega) = \mathcal{E}_f + \frac{(\mathcal{E}_s - \mathcal{E}_f)\omega_T^2}{(\omega_T^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad (48)$$

Pri tome je

$$\mathcal{E}_s - \mathcal{E}_f = \frac{Ne^2}{M\mathcal{E}_0\omega_T^2}$$

Odakle je

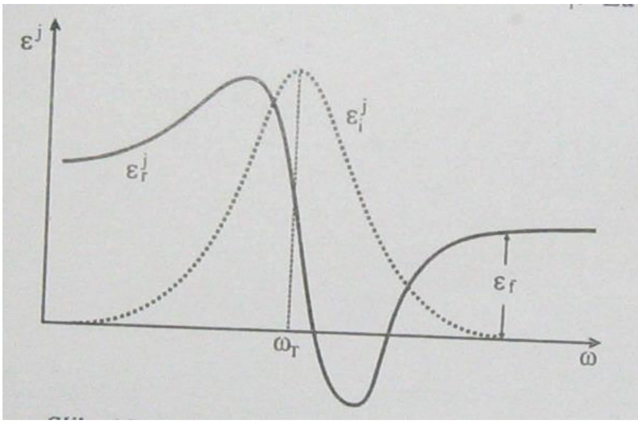
$$\mathcal{E}_f = \frac{\frac{Ne^2}{M\mathcal{E}_0\omega_T^2}}{\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_f} - 1} \quad (49)$$

Odnosno, posle racionalizacije mogu se razdvojiti realni i imaginarni delovi $\mathcal{E}_r^j$ i $\mathcal{E}_i^j$ u obliku

$$\mathcal{E}_r^j = \mathcal{E}_f + \frac{(\mathcal{E}_s - \mathcal{E}_f)(\omega_T^2 - \omega^2)\omega_T^2}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (50)$$

$$\mathcal{E}_r^j = \frac{(\mathcal{E}_s - \mathcal{E}_f)(\gamma\omega)\omega_T^2}{(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (51)$$

Na sledećoj slici prikazana je zavisnost realnog I imaginarnog dela kompleksne dielektrične konstante na osnovu relacija (50) i (51).



Zaključujemo da realni deo dielektrične konstante raste sa porastom frekvencije spoljašnjeg polja ω, do vrednosti frekvencije nešto manje od kružne frekvencije transverzalnog fotona ω_T.

Za male vrednosti frekvencija spoljašnjeg polja realni deo dielektrične konstante teži statičkoj vrednosti $\mathcal{E}_s$. U intervalu vrednosti kružne frekvencije između vrednosti kvadrata frekvencija transverzalnog i longitudinalnog fonona, realni deo dielektrične konstante je negativan. Pri tome je kružna frekvencija longitudinalnog optičkog fonona data izrazom

$$\omega_L = \sqrt{\omega_T^2 + \frac{Ne^2}{M\mathcal{E}_0\mathcal{E}_f}} \quad (52)$$

Imaginarni deo dielektrične konstante, kao i kod elektronske polarizacije, za male i velike vrednosti frekvencije spoljašnjeg polja teži nuli. Imaginarni deo dostiže maksimum za vrednosti frekvencije spoljašnjeg polja koja odgovara vrednosti kružne frekvencije transverzalnog fonona ω_T.

Korišćenjem (49) i (52) dobija se da je

$$\omega_L^2 - \omega_T^2 = \frac{Ne^2}{M\mathcal{E}_0\mathcal{E}_f} = \frac{Ne^2}{M\mathcal{E}_0 \frac{\frac{Ne^2}{M\mathcal{E}_0\omega_T^2}}{\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_f} - 1}}$$

Odnosno

$$\omega_L^2 - \omega_T^2 = \omega_T^2\left[\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_f} - 1\right]$$

Odakle se dobija

$$\frac{\omega_L^2}{\omega_T^2} = \frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_f} \quad (53)$$

Ovaj izraz je Liden-Saks-Telerova relacija.

U sledećoj tabeli date su vrednosti dielektrične konstante i kvadrata indeksa prelamanja za neke odabrane materijale. Dominantna polarizabilnost nepolarnih (odnosno neutralnih) dielektrika je elektronskog tipa, što se odražava i na odnos vrednosti odabranih fizičkih konstanti (relacija $\mathcal{E} = n^2$).

Materijal	n^2	ε_r	ω (Hz)
nepolarni			
C (dijamant)	5.66	5.68	10^8
H_2 (tečan)	1.232	1.228	10^7
slabo polarni			
politen	2.28	2.30	10^2-10^{10}
parafin	2.19	2.20	10^3
politetrafluoroetilen	1.89	2.10	10^2-10^9
polarni			
NaCl (halit)	2.25	5.90	10^3
TiO_2 (rutil)	6.8	94	10^3
SiO_2 (kvarc)	2.13	3.85	10^3

LITERATURA: